

LUIS
BÉRRIZ

El reloj solar



editorial 
cubasolar

El reloj solar

**LUIS
BÉRRIZ**

El reloj solar

editorial 
cubasolar

EDICIÓN: **Alejandro Montecinos Larrosa
y Lourdes Tagle Rodríguez**

DISEÑO

E ILUSTRACIONES: **Alejandro Montecinos Larrosa**

CORRECCIÓN: **Jorge Santamarina Guerra**

DISEÑO

DE PERFIL: **Alexis Rodríguez Diezcabezas de Armada**

© Luis Bériz Pérez, 2006

© Sobre la presente edición:
Editorial CUBASOLAR, 2006

ISBN 959-7113-29-5

EDITORIAL

CUBASOLAR Calle 20 No. 4113, esq. a 47, Miramar, Playa,
Ciudad de La Habana, Cuba.

Tel.: (537) 2059949.

e-mail: editora@cubasolar.cu

<http://www.cubasolar.cu>

Índice

INTRODUCCIÓN	7
CONSIDERACIONES ASTRONÓMICAS DEL TIEMPO SOLAR	9
DISEÑO DEL RELOJ SOLAR	16
CÁLCULOS PARA EL DISEÑO	21
Reloj solar sobre un plano cualquiera que contenga el eje Y	21
Reloj solar sobre un plano vertical	23
Reloj solar sobre una superficie plana horizontal	26
Reloj solar sobre una superficie cilíndrica	29
DETERMINACIÓN DE LAS LÍNEAS DE LA TRAYECTORIA SOLAR	31

Introducción

El reloj solar, una de las pocas formas para medir el tiempo en la antigüedad, no ha dejado de ser un instrumento útil y, además, curioso. En la actualidad no sólo nos permite saber la hora y el día del año, sino también se utiliza para conocer algunas características del Sol, inclusive con la ausencia de radiación solar, y aporta su valor estético.

Con un diseño adecuado, el reloj solar permite conocer, por ejemplo, las horas de salida y puesta del Sol para cualquier día del año; la duración del día y la noche; a qué hora, según la fecha, le incide la radiación solar directa a cada pared según su orientación Norte, Sur, Este u Oeste; y la posición del Sol en cualquier hora y día del año, ya sea por el día o por la noche. Permite, también, la orientación, pues el reloj solar indica la posición de la Estrella Polar.

El reloj solar puede tener diferentes formas, comúnmente sobre superficies planas verticales, horizontales o inclinadas. Un reloj solar puede hacerse sobre superficies curvas e irregulares, y hasta dentro de un restaurante o salón cerrado. En este último caso no sería la sombra la que daría la hora, sino un rayo solar que se deje entrar al salón.

El objetivo del presente trabajo es presentar a los ingenieros, arquitectos, artistas y a los lectores en general las bases de diseño de los relojes solares. Para ello, además de brindarse los principios astronómicos del tiempo solar, se incluye una metodología de cálculo general para cualquier forma de reloj, mediante tres ejemplos: uno sobre superficie vertical, otro sobre la horizontal y el último sobre una superficie cilíndrica. La metodología puede aplicarse a cualquier tipo de superficie, regular o irregular. También se aportan algunas consideraciones para la construcción de relojes solares, y una breve historia de estos instrumentos de medición, en Cuba y el mundo.

Consideraciones astronómicas del tiempo solar

La Tierra realiza una vuelta completa alrededor del Sol en un tiempo fijo, llamado *año*. Gira alrededor de su eje con velocidad también constante. El eje de rotación de la Tierra es llamado *eje polar* y contiene los dos polos de la *esfera terrestre*: el *polo norte* (NP) y el *polo sur* (SP).

Se llama *plano meridional* cualquier plano que corte la esfera terrestre y contenga el eje polar. Se llama *plano cenital* el semiplano meridional de un lugar determinado.

El tiempo que demora el Sol en pasar dos veces por el mismo plano cenital es llamado *día solar*. Este tiempo es variable debido a la oblicuidad de la eclíptica y a la excentricidad de la órbita terrestre, y se mide por el ángulo que forma el plano cenital con el meridional donde se encuentre el centro del Sol. Este ángulo es llamado *ángulo horario* y se representa por ω .

El plano que pasa por el centro de la Tierra y es perpendicular al eje polar se conoce como *plano ecuatorial*. La circunferencia formada por el corte del plano ecuatorial a la esfera terrestre es el *ecuador*. El ángulo de un punto cualquiera de la esfera terrestre con el plano ecuatorial es la *latitud*, representado por ϕ (Fig. 1).

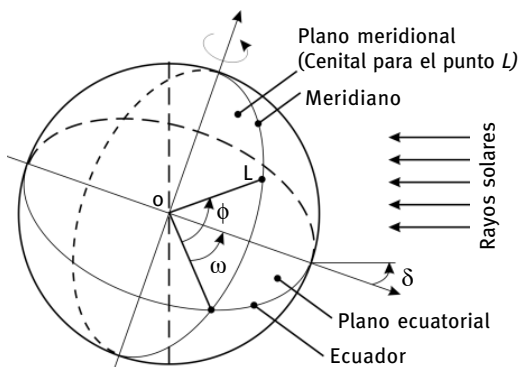


Fig. 1. Planos y ángulos principales de la esfera terrestre.

El ángulo que forma el vector Tierra-Sol con el plano ecuatorial es llamado *declinación del Sol*, y se representa por δ . Este ángulo varía en dependencia del día del año.

Aunque el día solar verdadero varía en dependencia de la época del año, es necesario establecer una duración constante para el día, suponiendo la existencia de un Sol ficticio que recorra la eclíptica en el mismo tiempo que el Sol verdadero y que pase al mismo tiempo que éste por el perigeo. El Sol ficticio se mueve de forma tal que su proyección sobre el plano ecuatorial es uniforme y el día resultante es llamado *día solar*. Este día se divide en 24 horas, con lo cual cada 15° de ángulo horario equivale a una hora. Este tiempo es el *tiempo civil* y su diferencia o relación con el *verdadero* es llamada *ecuación del tiempo*. En la figura 2 se representa la ecuación del tiempo; o sea, la variación de esta diferencia (en minutos), en dependencia del día del año.

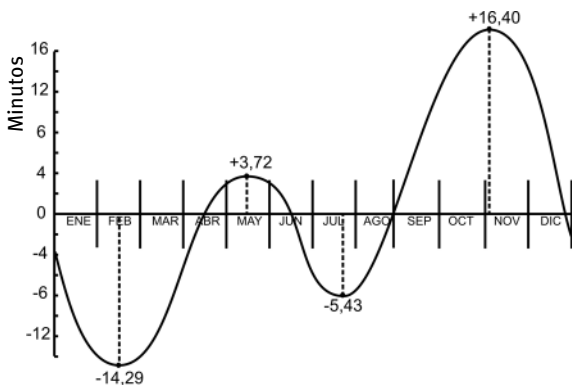


Fig. 2. Ecuación del tiempo.

La ecuación del tiempo tiene valores nulos el 16 de abril, el 15 de junio, el 1ro. de septiembre y el 26 de diciembre; un máximo valor de 16 minutos y 22 segundos, el 3 de noviembre; y un mínimo valor de -14 minutos y 17 segundos, el 11 de febrero. Un cálculo aproximado de la ecuación del tiempo fue aportado por Woolf (1968) y se expresa en minutos. Así, si E_T es la ecuación del tiempo, entonces:

$$E_T = 0,258 \cos x - 7,416 \operatorname{sen} x - 3,648 \cos 2x - 9,228 \operatorname{sen} 2x \quad (1)$$

Donde:

Ángulo x : Función del número del día del año N .

$$x = 360 (N - 1) / 365,242 \text{ [grados]} \quad (2)$$

Según la definición del día solar, para cada punto de la Tierra corresponde una hora solar verdadera y, por tanto, le correspondería una hora local distinta en dependencia del meridiano en que se encuentre. Esto evi-

dentemente resultaría poco práctico, por lo que se ha convenido internacionalmente tomar un meridiano universal que es el que corresponde al meridiano de Greenwich, dando lugar al tiempo universal.

Así, la superficie de la Tierra queda dividida por 24 husos horarios, siendo el inicial el de Greenwich. Cada uno de estos husos corresponde a una diferencia de 15° de longitud, o a una hora, y en cada uno de ellos se toma como hora única de referencia la del meridiano universal, aumentada o disminuida según el caso, por un número entero de horas, manteniéndose los mismos minutos y segundos. Cada país toma de esta forma, como *hora legal*, la hora civil del huso donde esté situado. Para pasar de la fecha y de la hora de Greenwich a la fecha y hora correspondiente a otro huso cualquiera, basta con añadir un número entero de horas igual al número del huso horario, si éste es inferior a 1. Si es superior, debe suprimirse un día a la fecha obtenida.

Dentro del día es importante diferenciar las horas de sol, u horas-sol, que representan el tiempo transcurrido desde la salida hasta la puesta del Sol en dicho día. Este tiempo varía en dependencia de la latitud del lugar y de la declinación del Sol.

En la figura 3 puede apreciarse que para un lugar con una latitud 23° N, las horas-sol son de 13,4 durante el solsticio de verano; de 10,6 en el de invierno, y de 12 horas en los equinoccios.

En la figura 4 se representa la salida y la puesta del Sol para diferentes épocas del año, en un lugar situado en el ecuador; o sea, latitud $f = 0$, y se observa que las horas-sol son siempre 12, independientemente de la época del año.

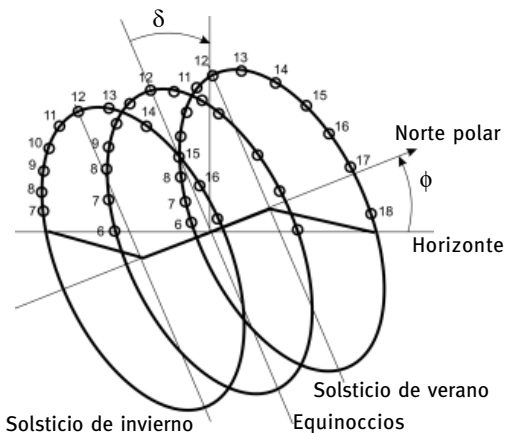


Fig. 3. Horas de Sol para un lugar de latitud 23° Norte.

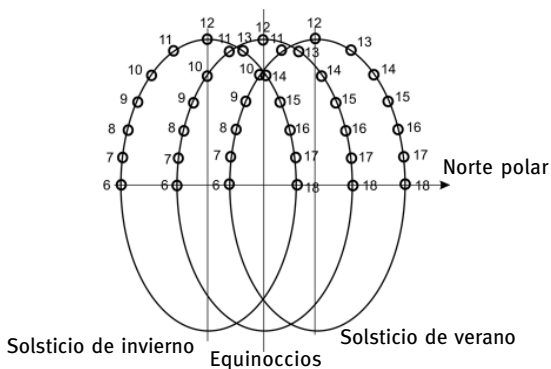


Fig. 4. Horas de Sol para un lugar situado en el Ecuador.

En los países del hemisferio sur sucede lo contrario a los del hemisferio norte; el día más largo (de horas-sol) en un hemisferio es el más corto en el otro y viceversa. En los días de equinoccios la duración del día con luz solar es similar para todos los países comprendidos entre los círculos polares ártico y antártico, y es de 12 horas-sol.

Aunque se dice que el Sol sale por el Este, solamente en dos oportunidades del año sucede esto exactamente: cuando el valor de la declinación del Sol es igual a cero; o sea, en los equinoccios de primavera y de otoño. Cuando la declinación empieza a aumentar, la salida del Sol se empieza a inclinar hacia el Norte, y cuando es menor que cero, la inclinación es hacia el Sur, acentuándose este efecto a medida que la latitud (ya sea norte o sur) sea mayor.

La cantidad de horas-sol puede ser determinada por la fórmula:

$$T = 2\omega_s / 15 \quad (3)$$

Donde:

ω_s : Ángulo de salida del Sol, el cual puede ser calculado por la ecuación:

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan\delta \tan\phi) \text{ [grados]} \quad (4)$$

Donde:

Ángulo ϕ : Latitud del lugar.

Ángulo δ : Declinación del Sol.

El valor de δ puede ser hallado aproximadamente por la ecuación (Fig. 5):

$$\text{sen}\delta = \text{sen}23,45 \cos[360 (N - 173) / 365,25] \quad (5)$$

Donde:

N : Número del día del año.

En la práctica diaria se observa que la sombra que proyecta un objeto, debido a los rayos solares sobre una

superficie cualquiera, varía durante el día y con la fecha, efecto que puede ser usado para la determinación de la hora, así como del día del año.

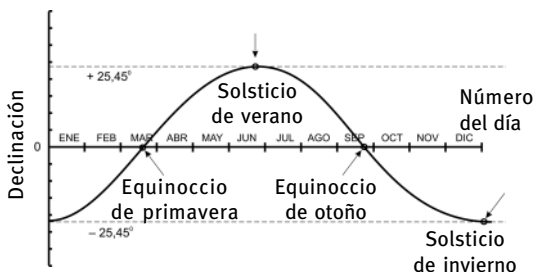


Fig. 5. Variación de la declinación con el día del año.

Es evidente, por lo que se ha expuesto, que un reloj solar brinda la hora solar verdadera y que para llevarla a la hora oficial es necesario efectuar la siguiente corrección:

$$T_o = T_s - (E_T / 60) + T_1 + T_v \quad (6)$$

Donde:

T_o : Hora oficial, dada por los relojes normales.

T_s : Hora solar, medida por el reloj solar.

E_T : Ecuación del tiempo, dada por (1).

T_v : Corrección temporal que hay que efectuar donde se adopte la *hora de verano*.

T_1 : Corrección que hay que efectuar por la diferencia entre la longitud local y la longitud del huso horario tomado como referencia para la determinación de la hora oficial. Esta corrección se determina por:

$$T_1 = (\text{longitud local} - \text{longitud del huso horario}) / 15 \text{ [horas]} \quad (7)$$

Diseño del reloj solar

Según lo expuesto anteriormente, la hora solar puede ser determinada por la sombra que proyecte un punto o una recta sobre una superficie cualquiera, debido al recorrido aparente del Sol alrededor de la Tierra cada 24 horas. Pero como la posición relativa del Sol también varía con los días durante el año al variar su declinación, es posible entonces determinar la fecha, en este caso, por medio de la sombra de un punto sobre la superficie.

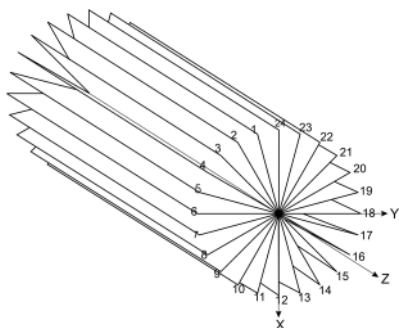


Fig. 6. Planos o husos horarios.

El diseño de un reloj solar puede realizarse con el auxilio de los planos o husos horarios, como se aprecia en la figura 6.

Los planos horarios se cortan en una recta y forman ángulos de 15° entre sí. El plano 12-24 es el plano vertical, donde está el cenit local. La recta de intersección de los planos es paralela al eje de rotación de la Tierra. De esta forma se puede determinar en qué plano se encuentra el Sol en cada hora del día, independientemente de la época del año.

Si los planos horarios se cortan con otro plano o superficie de referencia cualquiera, quedan determinadas las líneas horarias en dicho plano o superficie. Si se coloca un gnomon o varilla o una bola en la posición del eje central de los planos horarios, sus sombras sobre la superficie de referencia estarían situadas, cada hora, en una de las líneas horarias y por esto pudiera determinarse la hora, en dependencia de dónde esté la sombra, si en la superficie de referencia se encuentran señaladas las líneas horarias.

En la figura 7 están representadas las líneas horarias sobre una superficie plana situada paralelamente al eje polar o eje central de los planos horarios y perpendicularmente al plano 12-24. En este caso, las líneas horarias son paralele-

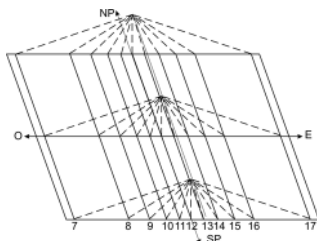


Fig. 7. Líneas horarias sobre una superficie plana paralela al eje polar.

las entre sí y la distancia entre ellas aumenta al aumentar su distancia del centro.

En la figura 8 se representan las líneas horarias sobre un plano de referencia perpendicular al eje central o polar. En esta figura se aprecia que las líneas horarias están separadas uniformemente cada 15° y se unen en un centro por donde pasa el eje central de los husos horarios.

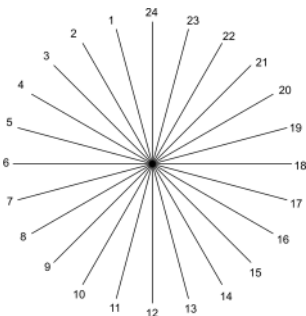


Fig. 8. Líneas horarias sobre una superficie plana perpendicular paralela al eje central o polar.

Si se representan los planos horarios en un sistema de coordenadas rectangulares, de forma tal que el eje Z indique el eje central, dirigido al Sur polar, el eje Y señale el Este y el eje X esté paralelo al plano ecuatorial, como se aprecia en la figura 9, los planos horarios pueden expresarse por la ecuación:

$$Y = X \tan \omega \quad (8)$$

Donde:

ω : Ángulo horario.

Para la determinación de la fecha se parte de que el Sol describe cada día una superficie cónica, como se representa en la figura 10. En ella se muestran las superficies que descri-

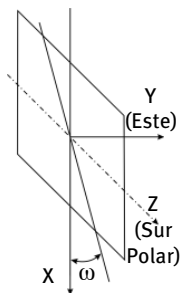


Fig. 9. Un plano horario en el sistema XYZ.

be el Sol con relación al centro de la Tierra (ecuación 9), en cuatro épocas del año: en el solsticio de verano, en los equinoccios de primavera y otoño y en el solsticio de invierno. Como se aprecia, durante los equinoccios el Sol describe un círculo situado en el plano ecuatorial.

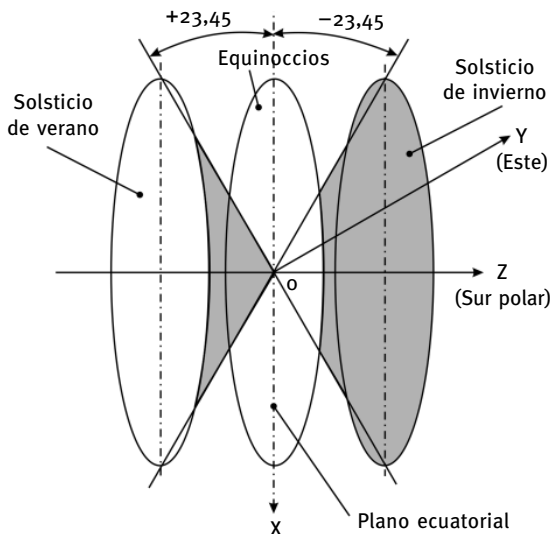


Fig. 10. Superficies cónicas definidas por el Sol en solsticios y equinoccios.

Estas superficies cónicas están definidas por el ángulo de declinación δ , el cual se calcula para cada día del año por la ecuación (5).

Si el sistema de coordenadas XYZ tiene su origen en el centro O , el eje Z indica el Sur polar y el eje Y el Este;

entonces, estas superficies cónicas responden, como se aprecia en la figura 11, a la ecuación:

$$X^2 + Y^2 = Z^2 / \tan^2 \delta \quad (9)$$

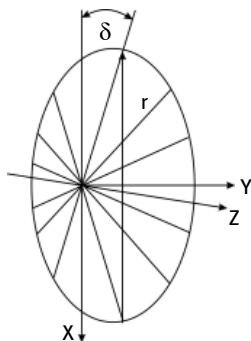


Fig. 11. Superficies cónicas definidas por el Sol representadas en el sistema de coordenadas XYZ.

Si cualquier superficie plana o curva corta estas superficies cónicas, sus intersecciones señalarían las líneas que representan la trayectoria del Sol en un día determinado, en dependencia del valor de la declinación δ . Conociendo esta trayectoria podrá determinarse, con su auxilio, la fecha en cualquier día del año.

Cálculos para el diseño

RELOJ SOLAR SOBRE UN PLANO CUALQUIERA QUE CONTenga EL EJE Y

Los planos horarios están dados por la ecuación:

$$Y = X \tan \omega \quad (10)$$

Donde:

ω : Ángulo horario y para $\omega = 0$ señala la hora 12, y aumenta o disminuye 15° por hora. Así, los planos horarios desde las 6 a las 18, se exponen en la tabla 1.

Tabla 1. Ecuaciones de los planos horarios en dependencia del ángulo ω

HORA	ω	ECUACIÓN
6	-90°	$X = 0$
7	-75°	$Y = -3,732 X$
8	-60°	$Y = -1,732 X$
9	-45°	$Y = -X$
10	-30°	$Y = -0,577 X$
11	-15°	$Y = -0,268 X$
12	0°	$Y = 0$
13	15°	$Y = 0,268 X$
14	30°	$Y = 0,577 X$

15	45°	$Y = X$
16	60°	$Y = 1,732 X$
17	75°	$Y = 3,732 X$
18	90°	$X = 0$

La ecuación del plano vertical en el mismo sistema de coordenadas se expresa:

$$Z = X \tan \alpha \quad (11)$$

Donde:

α : Ángulo de rotación.

Entonces, las líneas horarias están definidas por las ecuaciones:

$$Y = X \tan \omega \quad (12)$$

$$Z = X \tan \alpha$$

Como el reloj solar se va a representar sobre la superficie vertical, es conveniente expresar las ecuaciones horarias en un nuevo sistema de coordenadas $X'Y'Z'$, como resultado de rotar el sistema XYZ en un ángulo α alrededor del eje Y . En este caso, el plano $X'Y'$ es el plano vertical.

Los cosenos directores de esta rotación están dados por los ángulos expuestos en la tabla 2.

Tabla 2. Cosenos directores para el reloj solar sobre un plano cualquiera que contenga el eje Y

	X'	Y'	Z'
X	α	90	$90 + \alpha$
Y	90	0	90
Z	$90 - \alpha$	90	α

Entonces:

$$X = X' \cos \alpha - Z' \sin \alpha$$

$$Y = Y'$$

$$Z = X' \operatorname{sen} \alpha + Z' \cos \alpha$$

$$Y' = (X' \cos \alpha - Z' \operatorname{sen} \alpha) \tan \omega$$

$$Z' = 0 \quad (13)$$

Es decir, que en el plano $X'Y'$ (plano vertical) estas líneas pueden expresarse por la ecuación:

$$Y' = X' \cos \alpha \tan \omega \quad (14)$$

Esto constituye una familia de rectas donde ω varía desde -90° hasta 90° , en intervalos de 15° .

RELOJ SOLAR SOBRE UN PLANO VERTICAL

Los planos horarios están dados por la ecuación:

$$Y = X \tan \omega \quad (15)$$

Donde:

ω : Ángulo horario.

Para $\omega = 0$ señala la hora 12, y aumenta o disminuye 15° por hora. Así, los planos horarios desde las 6 a las 18, serán iguales a las mostradas en la tabla 1.

La ecuación del plano vertical en el mismo sistema de coordenadas se expresa:

$$Z = X \tan \phi$$

Donde:

ϕ : Latitud local.

Entonces, las líneas horarias están definidas por las ecuaciones:

$$Y = X \tan \omega \quad (16)$$

$$Z = X \tan \phi$$

Como el reloj solar se va a representar sobre la superficie vertical, es conveniente expresar las ecuaciones horarias en un nuevo sistema de coordenadas $X'Y'Z'$, como resultado de rotar el sistema XYZ en un ángulo ϕ

alrededor del eje Y . En este caso, el plano $X'Y'$ es el plano vertical.

Los cosenos directores de esta rotación están dados por los ángulos expuestos en la tabla 3.

Tabla 3. Cosenos directores para el reloj solar sobre un plano vertical

	X'	Y'	Z'
X	ϕ	90	$90 + \phi$
Y	90	0	90
Z	$90 - \phi$	90	ϕ

Entonces:

$$X = X' \cos \phi - Z' \sin \phi$$

$$Y = Y'$$

$$Z = X' \sin \phi + Z' \cos \phi$$

$$Y' = (X' \cos \phi - Z' \sin \phi) \tan \omega$$

$$Z' = 0 \quad (17)$$

Es decir, que en el plano $X'Y'$ (plano vertical) estas líneas pueden expresarse por la ecuación:

$$Y' = X' \cos \phi \tan \omega \quad (18)$$

Esto constituye una familia de rectas, donde ω varía desde -90° hasta 90° , en intervalos de 15° . Para una latitud igual a $\phi = 23^\circ$, las ecuaciones de las líneas horarias se exponen en la tabla 4.

Tabla 4. Ecuaciones de las líneas horarias para el reloj solar sobre un plano vertical

HORA	ECUACIÓN
6	$X' = 0$
7	$Y' = -3,435 X'$
8	$Y' = -1,594 X'$

9	$Y' = -0,921 X'$
10	$Y' = -0,531 X'$
11	$Y' = -0,247 X'$
12	$Y' = 0$
13	$Y' = 0,247 X'$
14	$Y' = 0,531 X'$
15	$Y' = 0,921 X'$
16	$Y' = 1,594 X'$
17	$Y' = 3,435 X'$
18	$X' = 0$

Con estos datos pueden representarse las líneas horarias sobre el plano vertical, como se muestra en la figuras 12 y 13.

Fig. 12. Posición del gnomon o varilla que marca las horas con su sombra.

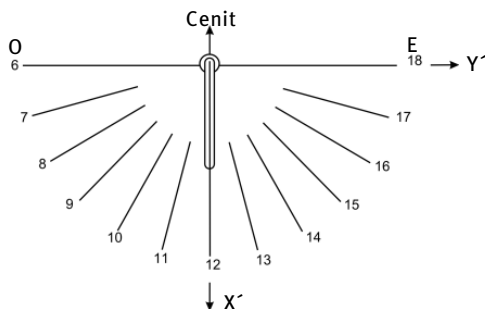
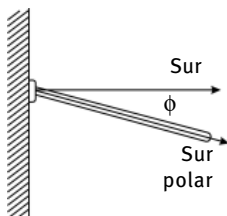


Fig. 13. Líneas horarias sobre el plano vertical para $\phi = 23^\circ$.

Los relojes solares sobre paredes verticales son los más frecuentes, principalmente en los países de altas latitudes. Sin embargo, el Sol sale durante seis meses con cierta inclinación hacia el Norte, por lo cual alumbra la pared norte durante varias horas, siendo esto más marcado mientras más cercanos estén los días de solsticio de verano y para lugares más cercanos al ecuador. Por ejemplo, en un lugar situado en el ecuador, el Sol alumbra durante todo el día la pared norte desde el 23 de marzo hasta el 22 de septiembre, mientras que en el resto del año alumbra la pared sur, exceptuando los días de equinoccio, en los que alumbra solamente las paredes Este-Oeste. Es por esto que cuando se diseñan los relojes solares en paredes verticales se usan dos paredes (Norte-Sur), o tres (Este-Sur-Oeste), y a veces hasta cuatro.

RELOJ SOLAR SOBRE UNA SUPERFICIE PLANA HORIZONTAL

En el caso del reloj solar sobre una superficie plana horizontal situado en un lugar de latitud ϕ , la ecuación de los planos horarios no varía y la del plano horizontal puede representarse por:

$$Z = X \tan(90 + \phi) \quad (19)$$

Es decir, que las líneas horarias quedan determinadas por el corte de los planos:

$$Y = X \tan \omega$$

$$Z = X \tan(90 + \phi) \quad (20)$$

Donde, como se sabe, no varía por intervalos de 15° , y da lugar a la familia de los planos horarios.

De igual forma que en el ejemplo anterior, puede hacerse un cambio en el sistema de coordenadas, rotando

el sistema XYZ en un ángulo de $(90 + \phi)$, alrededor del eje Y (Fig. 14).

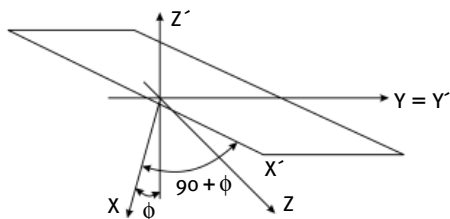


Fig. 14. Plano horizontal en el sistema XYZ .

De esta forma, el plano $X'Y'$ será horizontal. Los ángulos de los cosenos directores se exponen en la tabla 5.

Tabla 5. Ángulos de los cosenos directores para el reloj solar sobre una superficie plana horizontal

	X'	Y'	Z'
X	$90 + \phi$	90	$180 + \phi$
Y	90	0	90
Z	$-\phi$	90	$90 + \phi$

Entonces:

$$X = X' \cos(90 + \phi) + Z' \cos(180 + \phi)$$

$$Y = Y'$$

$$Z = X' \cos \phi + Z' \cos(90 + \phi)$$

Las ecuaciones de las líneas horarias están dadas por la intersección de los dos planos:

$$Y' = [X' \cos(90 + \phi) + Z' \cos(180 + \phi)] \tan \omega$$

$$Z' = 0 \quad (21)$$

O sea,

$$Y' = X' \cos(90 + \phi) \tan \omega \quad (22)$$

Para una latitud igual a $\phi = 23^\circ$, las ecuaciones de las líneas horarias se exponen en la tabla 6.

Tabla 6. Ecuaciones de las líneas horarias para el reloj solar sobre una superficie plana horizontal

HORA	ECUACIÓN
6	$X' = 0$
7	$Y' = 1,458 X'$
8	$Y' = 0,677 X'$
9	$Y' = 0,391 X'$
10	$Y' = 0,225 X'$
11	$Y' = 0,105 X'$
12	$Y' = 0$
13	$Y' = -0,105 X'$
14	$Y' = -0,225 X'$
15	$Y' = -0,391 X'$
16	$Y' = -0,677 X'$
17	$Y' = -1,458 X'$
18	$X' = 0$

Con estos datos pueden representarse las líneas horarias en el plano horizontal, como se muestra en las figuras 15 y 16.

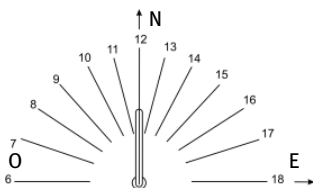


Fig. 15. Líneas horarias sobre el plano horizontal para $\phi = 23^\circ$.

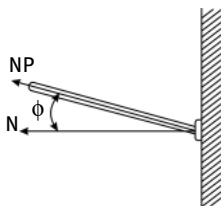


Fig. 16. Posición del gnomon o varilla.

RELOJ SOLAR SOBRE UNA SUPERFICIE CILÍNDRICA

El reloj solar de forma cilíndrica señala con mucha precisión la hora del día, así como la fecha. Además, su diseño es muy sencillo (Fig. 17).

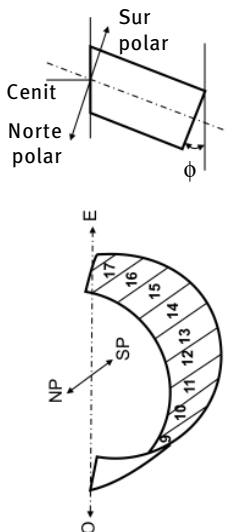


Fig. 17. Líneas horarias sobre una superficie cilíndrica.

Los planos horarios están determinados por la ecuación (8), en el sistema de coordenadas XYZ:

$$Y = X \tan \omega$$

La ecuación de un cilindro cuyo eje central sea el mismo eje central de los planos horarios, puede expresarse por:

$$X^2 + Y^2 = R^2 \quad (23)$$

Donde:

R : Radio del cilindro.

En coordenadas polares, las ecuaciones (8) y (18) de los planos horarios y del cilindro se representan por:

$$\rho = \omega$$

$$Y = R \quad (24)$$

Entonces, estas dos ecuaciones representan las líneas horarias en la superficie cilíndrica.

El valor de $Y = R$ es constante y el de $\rho = \omega$ varía cada hora 15° ; por lo tanto, estas líneas se hallan situadas en la superficie cilíndrica, paralela una a la siguiente, y separadas a la misma distancia, definida ésta por el ángulo $\rho = 15^\circ$. En este caso, si en el centro (origen de coordenadas) se coloca un objeto (por ejemplo, una esfera pequeña), su sombra sobre la superficie cilíndrica indica la hora solar.

Determinación de las líneas de la trayectoria solar

Por medio de las líneas de la trayectoria solar sobre una superficie determinada se puede, en cada momento del día (con luz solar), determinar la fecha (el mes y el día del año).

Si se toma el mismo sistema de coordenadas XYZ definido anteriormente, la ecuación de las superficies cónicas de la trayectoria solar está dada por (9):

$$X^2 + Y^2 = Z^2 / \tan^2 \delta$$

La ecuación del cilindro, como se ha visto, es:

$$X^2 + Y^2 = R^2$$

Donde estas dos superficies se cortan se obtienen las líneas de la trayectoria del Sol para cada día, en función de la declinación del Sol. Esta ecuación es:

$$Z = R \tan \delta \quad (25)$$

Como se deduce de la ecuación (21), las líneas de la trayectoria solar sobre una superficie cilíndrica son círculos, y para un valor de $\delta = 0$ es $Z = 0$, y queda definido el círculo ecuatorial; es decir, la trayectoria del Sol durante los equinoccios de primavera y otoño. Para $\delta = 23,45^\circ$; o sea, $Z = 0,434 R$, queda definida la trayectoria del Sol en el solsticio de verano, así como para $\delta = -23,45^\circ$; o sea, $Z = -0,434 R$, que corresponde al solsticio de invierno.

En la figura 18 se representa el plano del desarrollo de la superficie cilíndrica del reloj solar, con sus dimensiones en función del radio R , para una latitud $\phi = 23^\circ$.

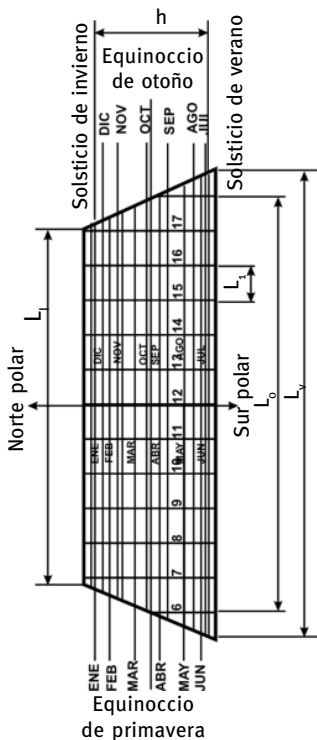


Fig. 18. Desarrollo de la superficie cilíndrica del reloj solar con las líneas de trayectoria del Sol para un radio R y una latitud $\phi = 23^\circ$.

Como se aprecia en la figura 18, la altura del cilindro está dado por:

$$h = 2R \tan 23,45^\circ = 0,868 R \quad (26)$$

El arco central es el arco ecuatorial, y su longitud es:

$$L_o = \pi R \quad (27)$$

Los arcos de los extremos son los arcos correspondientes a los solsticios de verano e invierno, cuyas longitudes se determinan por:

$$L = 2\omega_s R$$

El ángulo ω_s de salida del Sol se determina por la fórmula (4), para una latitud determinada y una declinación dada:

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan \delta \tan \phi) \pi / 180 \text{ [radianes]} \quad (28)$$

Así, para una latitud $\phi = 23^\circ$, en el solsticio de verano ($\delta = 23,45^\circ$), la longitud de la cuerda será:

$$L_v = 3,512 R \quad (29)$$

Y para el solsticio de invierno:

$$L_i = 2,771 R \quad (30)$$

La longitud de los arcos entre una línea horaria y la siguiente está dada por:

$$L_1 = 0,2618 R \quad (31)$$

La posición de los arcos de la trayectoria del Sol, según la declinación, se determina por la ecuación (21):

$$Z = R \tan \delta$$

Donde:

$$\text{sen} \delta = \text{sen} 23,45 \cos [360 (N - 173) / 365,25]$$

N : Número del día del año.

En la tabla 7 se exponen los valores de Z para diferentes días del año.

Tabla 7. Posiciones de los arcos de la trayectoria solar

FECHA	δ	Z
Enero 1	-22,5	-0,41 R
Enero 11	-21,5	-0,39 R
Enero 21	-20,0	-0,36 R
Febrero 1	-17,0	-0,31 R
Febrero 11	-13,5	-0,24 R
Febrero 21	-10,0	-0,18 R
Marzo 1	-7,0	-0,12 R
Marzo 11	-3,5	-0,06 R
Marzo 21	0,0	0,0
Abril 1	4,0	0,07 R
Abril 11	7,5	0,13 R
Abril 21	11,0	0,19 R
Mayo 1	14,0	0,25 R
Mayo 11	17,5	0,32 R
Mayo 21	20,0	0,36 R
Junio 1	21,0	0,38 R
Junio 11	22,5	0,41 R
Junio 21	23,5	0,43 R
Julio 1	22,5	0,41 R
Julio 11	21,5	0,39 R
Julio 21	20,5	0,36 R
Agosto 1	18,0	0,32 R
Agosto 11	15,0	0,27 R
Agosto 21	12,0	0,21 R
Septiembre 1	8,0	0,14 R
Septiembre 11	4,5	0,08 R
Septiembre 21	1,0	0,01 R
Octubre 1	-2,0	-0,03 R
Octubre 11	-6,0	-0,11 R
Octubre 21	-10,0	-0,18 R

Noviembre 1	-14,0	-0,25 R
Noviembre 11	-16,5	-0,30 R
Noviembre 21	-19,0	-0,34 R
Diciembre 1	-21,0	-0,38 R
Diciembre 11	-22,5	-0,41 R
Diciembre 21	-23,5	-0,43 R

La longitud de estos arcos define la duración del día (horas-sol) en cada época del año. Por tanto, con el auxilio de este reloj, además de determinarse la hora y la fecha en un momento determinado, se puede definir, también para cualquier día del año, el horario de salida y puesta del Sol, por dónde sale y por dónde se pone, cuál cara ilumina y dónde se encuentra el Sol en cada momento, inclusive en las horas nocturnas. Sirve, además, para conocer los puntos cardinales y la dirección de la Estrella Polar, ya que el reloj está orientado astronómicamente.

Este libro ha sido impreso
por la Editorial CUBASOLAR.
Se terminó de imprimir en La Habana,
en abril de 2006.
«Año de la Revolución Energética en Cuba».

Con sabiduría y sencillez, Luis Bérriz nos recuerda que el reloj solar, una de las pocas formas para medir el tiempo en la antigüedad, no ha dejado de ser un instrumento útil y, además, curioso: Permite saber la hora y el día del año, y se utiliza para conocer algunas características del Sol, inclusive con la ausencia de radiación solar. Este instrumento, que facilita la orientación, en tanto indica la posición de la Estrella Polar, con frecuencia se significa por su valor estético.

LUIS BÉRRIZ PÉREZ (La Habana, 1940). Doctor en Ciencias Técnicas. Director general de las revistas *Eco Solar* y *Energía y tú*. Presidente de CUBASOLAR. Autor del libro *Secadores solares para productos agropecuarios e industriales*, y otras obras relacionadas con las fuentes renovables de energía y el desarrollo sostenible.

ISBN 959-7113-29-5



Ejemplar firmado y numerado por el autor.